

Name:

Aufgabe	1	2	3	4	5
Punkte					

Summe:

Note:

Insgesamt gibt es 21 Punkte. Volle Punktzahl gibt es jeweils nur, wenn die Umformungsschritte angegeben werden, die für eine Lösung per Hand nötig sind. Pro Schritt darf dabei nur ein Potenzrechengesetz Verwendung finden.

Es gelten die folgenden Potenzrechengesetze:

$$(1) a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (2) a^n : a^m = a^{n-m} \quad (3) (a^n)^m = a^{nm}$$

$$(4) a^n \cdot b^n = (ab)^n \quad (5) a^n : b^n = (a : b)^n \quad (6) (a^{1/n})^n = a \quad (7) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Aufgabe 1: (3 Punkte) Beweise die folgenden Aussage. Dabei dürfen die obigen Gesetze nur für *natürliche* Zahlen verwendet werden.

$$a^{1/p} : a^q = a^{\frac{1-qp}{p}}$$

Aufgabe 2: (3 Punkte) Schreibe als *eine* Potenz

$$a) \sqrt[4]{b^3} \cdot \sqrt[8]{b^5} \quad b) \sqrt[4]{y^{-3}} : \sqrt[6]{y^{-5}} \quad c) \sqrt[4]{\sqrt[5]{a^{20}}}$$

Aufgabe 3: (5 Punkte) Bestimme die Lösungsmenge. Gebe eine Begründung, falls es keine Lösung gibt.

$$a) (x-1)^5 = 32 \quad b) 7(2x+1)^3 = 14 \quad c) x^4 + \sqrt{2} = 0$$

$$d) 125^{x/3} = 25 \quad e) 0.1^x = 100$$

Aufgabe 4: (8 Punkte) Vereinfache

$$a) \left(\frac{81x^{16/3}}{16x^{4/5}} \right)^{1/4}$$

$$b) (1 + x^{1/2} + x^{1/4}) (1 + x^{1/2} - x^{1/4})$$

$$c) \frac{1}{2x^{-1}} \cdot \left(\frac{3}{(-2x^2)^3} + (\sqrt[3]{x})^{-18} \right)$$

d) (Tipp: Betrachte zunächst den Hauptnenner der ersten *zwei* Brüche)

$$\frac{x^{3/4} + x^{1/4}}{x^{3/4} - x^{1/4}} + \frac{x^{3/4} - x^{1/4}}{x^{3/4} + x^{1/4}} - \frac{x^{3/2} + x^{1/2}}{x^{3/2} - x^{1/2}}$$

Aufgabe 5: (2 Punkte) Löse die folgende Gleichung, indem Du einen geeigneten Term durch eine neue Variable ersetzt und dadurch zu einer einfacheren Gleichung kommst.

$$x^{2/3} - 5x^{1/3} + 6 = 0$$